

Демонстрационный вариант контрольной работы по математике для групп 35-21 и 35-41

№	Задание
---	---------

Контрольная работа состоит из двух частей, включающих в себя 15 заданий. Часть 1 содержит 10 заданий с кратким ответом. Часть 2 содержит 5 заданий с развёрнутым ответом. На выполнение контрольной работы по математике отводится 180 минут. Ответы к заданиям 1–10 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. При выполнении заданий 11–15 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком.

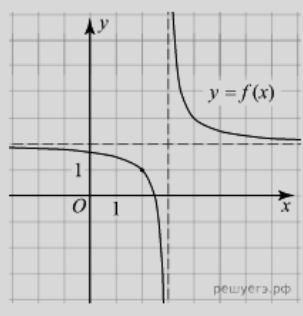
Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Часть 1

1	<p>A) или Б) В)</p>	<p>Найдите корень уравнения $\sqrt[3]{x-4} = 3$.</p> <p>Решите уравнение $\sqrt{6+5x} = x$.</p> <p>Решите уравнение $\sqrt{\frac{1}{5-2x}} = \frac{1}{3}$.</p>
2	<p>A) Или Б) В)</p>	<p>Найдите корень уравнения $3^{x-5} = 81$.</p> <p>Найдите корень уравнения: $\left(\frac{1}{8}\right)^{-3+x} = 512$.</p> <p>Решите уравнение $2^{3+x} = 0,4 \cdot 5^{3+x}$.</p>
3	<p>A) Или Б) В) Г)</p>	<p>Найдите корень уравнения $\log_5(4+x) = 2$.</p> <p>Найдите корень уравнения $\log_5(5-x) = 2\log_5 3$.</p> <p>Решите уравнение $\log_5(7-x) = \log_5(3-x) + 1$.</p> <p>Найдите корень уравнения $2^{\log_8(5x-3)} = 4$.</p>
4	<p>A) Или Б) В)</p>	<p>Найдите значение выражения $\frac{2^{3,5} \cdot 3^{5,5}}{6^{4,5}}$.</p> <p>Найдите значение выражения $3^{\sqrt{5}+10} \cdot 3^{-5-\sqrt{5}}$.</p> <p>Найдите значение выражения $\frac{\log_3 5}{\log_3 7} + \log_7 0,2$.</p>
5	<p>A) Или Б) В) Г)</p>	<p>Найдите значение выражения $\frac{15\sqrt[5]{28a} - 7\sqrt[7]{20a}}{2\sqrt[35]{a}}$ при $a > 0$.</p> <p>Найдите значение выражения $\sqrt{(a-6)^2} + \sqrt{(a-10)^2}$ при $6 \leq a \leq 10$.</p> <p>Найдите значение выражения $\frac{a^{3,33}}{a^{2,11} \cdot a^{2,22}}$ при $a = \frac{2}{7}$.</p> <p>Найдите значение выражения $\frac{b^{3\sqrt{2}+2}}{(b\sqrt{2})^3}$ при $b = 6$.</p>

6	<p>А) Или</p> <p>Б)</p> <p>В)</p> <p>Г)</p>	<p>Расстояние (в км) от наблюдателя, находящегося на высоте h м над землей, выраженное в километрах, до видимой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R = 6400$ км — радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 4,8 км. К пляжу ведет лестница, каждая ступенька которой имеет высоту 20 см. На какое наименьшее количество ступенек нужно подняться человеку, чтобы он увидел горизонт на расстоянии не менее 6,4 километров?</p> <p>В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-t/T}$, где m_0 — начальная масса изотопа, t — время, прошедшее от начального момента, T — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа 40 мг. Период его полураспада составляет 10 мин. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 5 мг.</p> <p>Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объём и давление связаны соотношением $p_1 V_1^{1,4} = p_2 V_2^{1,4}$, где p_1 и p_2 — давление газа (в атмосферах) в начальном и конечном состояниях, V_1 и V_2 — объём газа (в литрах) в начальном и конечном состояниях. Изначально объём газа равен 256 л, а давление газа равно одной атмосфере. До какого объёма нужно сжать газ, чтобы давление в сосуде стало 128 атмосфер? Ответ дайте в литрах.</p> <p>Для обогрева помещения, температура в котором поддерживается на уровне $T_n = 20$ °С, через радиатор отопления пропускают горячую воду. Расход проходящей через трубу воды $m = 0,3$ кг/с. Проходя по трубе расстояние x, вода охлаждается от начальной температуры $T_b = 60$ °С до температуры T (°С), причем $x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_b - T_n}{T - T_n}$, где $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{°С}}$ — теплоемкость воды, $\gamma = 21 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{°С}}$ — коэффициент теплообмена, а $\alpha = 0,7$ — постоянная. Найдите, до какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы радиатора равна 84 м.</p>
7		<p>На рисунке изображён график функции вида $f(x) = \frac{a}{x+b} + c$, где числа a, b и c — целые. Найдите $f(13)$.</p> 
8		<p>Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 70 км. На следующий день он отправился обратно в А со скоростью на 3 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 3 часа. В результате велосипедист затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из В в А. Ответ дайте в км/ч.</p>
9		<p>Найдите $\log_a \frac{a}{b^3}$, если $\log_a b = 5$.</p>
10		<p>Решите уравнение $x^4 + x^3 - 5x^2 + x - 6 = 0$</p>
Часть 2		
11		<p>Экономическая задача В июле планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы: — каждый январь долг возрастает на 31% по сравнению с концом предыдущего года; — с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга, равную 69 690 821 рубль.</p>

		Сколько рублей было взято в банке, если известно, что он был полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года)?
12		<p>а) Решите уравнение $\sqrt{x^3 - 4x^2 - 10x + 29} = 3 - x$.</p> <p>б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-\sqrt{3}; \sqrt{30}]$.</p>
13	<p>А) Или</p> <p>Б)</p>	<p>а) Решите уравнение $9^{x-\frac{1}{2}} - 8 \cdot 3^{x-1} + 5 = 0$.</p> <p>б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left(1, \frac{7}{3}\right)$.</p> <p>а) Решите уравнение $27^x - 5 \cdot 9^x - 3^{x+2} + 45 = 0$.</p> <p>б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\log_3 4; \log_3 10]$.</p>
14		Решите неравенство: $64^{x^2-3x+20} - 0,125^{2x^2-6x-200} \leq 0$.
15	<p>А) Или</p> <p>Б)</p> <p>В)</p>	<p>Решите неравенство: $3^{-2x+4} - 81 \cdot 3^{-x+3} - 3^{-x+1} + 81 \leq 0$.</p> <p>Решите неравенство</p> $\log_2 \left((7^{-x^2} - 3) \sqrt[3]{7^{-x^2+16} - 1} \right) + \log_2 \frac{7^{-x^2} - 3}{7^{-x^2+16} - 1} > \log_2 (7^{7-x^2} - 2)^2.$ <p>Решите неравенство $\log_{\frac{25-x^2}{16}} \frac{24+2x-x^2}{14} > 1$.</p>

Система оценивания контрольной работы по математике

Каждое из заданий 1–10 считается выполненными верно, если участник дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Каждое верно выполненное задание 1 части оценивается 1 баллом.

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 11–15, зависит от полноты решения и правильности ответа. Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом 2 части: решение должно быть математически грамотным, полным; все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов, равное 2. Если получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки или описки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения, то задание оценивается в 1 балл. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Количество баллов	Отметка
17-20	«5»
13-16	«4»
9 -12	«3»
0- 8	«2»

Обобщенный план варианта контрольной работы по математике для группы 35-21 и 35-41

Номер задания	Проверяемые требования (умения)
1	Уметь решать иррациональное уравнение
2	Уметь решать показательное уравнение
3	Уметь решать логарифмическое уравнение
4	Уметь выполнять вычисления и преобразования степенных выражений
5	Уметь преобразовывать буквенные степенные, иррациональные, выражения
6	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни
7	Умение работать с графиками дробно-линейной и кусочно-линейной функций
8	Уметь решать текстовые задачи
9	Уметь преобразовывать буквенные логарифмические выражения
10	Уметь решать алгебраические уравнения разложением на множители
11	Уметь решать экономические задачи
12	Уметь решать иррациональные уравнения и неравенства
13	Уметь решать показательные уравнения
14	Уметь решать показательные неравенства
15	Уметь решать логарифмические уравнения и неравенства